Tabulka integrálů

Integrál typu	Předpoklady	Vzorec
$I = \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$	1. f nemá singularity na $\mathbb{R}$. 2. f lze meromorfně prodloužit na $\mathcal{I}m\ z \geq 0$ ($\mathcal{I}m\ z \leq 0$). 3. f klesá do ∞ dost rychle, jde použít Jordanova věta.	$I = 2\pi i \sum\limits_{\substack{a_j,\\ \mathcal{I}m\, a_j > 0}} Res_{a_j} f(z)$
$I = \int\limits_{-\infty}^{\infty} R(x)e^{i\alpha x}dx,$ kde $R(z) = \frac{P(x)}{Q(x)}$	1. st$P <$ st$Q$. 2. $R(z)$ nemá singularity na $\mathbb{R}$.	$I = 2\pi i \sum\limits_{\substack{a_j,\\ \mathcal{I}m\, a_j > 0}} Res_{a_j} R(z)e^{i\alpha z}$, pro $\alpha > 0$ $I = 2\pi i \sum\limits_{\substack{a_j,\\ \mathcal{I}m\, a_j < 0}} Res_{a_j} R(z)e^{i\alpha z}$, pro $\alpha < 0$
$I = \int\limits_{0}^{2\pi} R(\sin t, \cos t)dt,$ kde $R(x,y) = \frac{P(x,y)}{Q(x,y)}$	1. $Q(x,y) \neq 0$ na $x^2 + y^2 = 1$.	$I = \int\limits_{0}^{2\pi} R\left(\frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}, \frac{e^{it} + e^{-it}}{2}\right) dt =$ $\int\limits_{\lvert z\rvert=1} R\left(\frac{z - z^{-1}}{2i}, \frac{z + z^{-1}}{2}\right) \frac{dz}{iz}$
$I = \int\limits_{0}^{\infty} x^{\alpha-1} f(x)dx$	1. $0 < \alpha < 1$, 2. f lze meromorfně prodloužit na $\mathbb{C}$, 3. f nemá singularitu na $\mathbb{R}^+$ ani v 0, 4. $\lvert f\rvert < \frac{K}{\lvert z\rvert}$ pro $z \to \infty$.	$I = \frac{2\pi i}{(1 - e^{2\pi i\alpha})} \sum\limits_{a_i} Res_{a_i} z^{\alpha-1} f(z)$
$I =$ $\int\limits_{0}^{1} x^{\alpha-1}(1-x)^{-\alpha} f(x)dx$	1. $0 < \alpha < 1$, 2. f lze meromorfně prodloužit na $\mathbb{C}$, 3. f nemá singularitu na $\langle 0, 1\rangle$, 4. $f(z)$ má v ∞ odstranitelnou singularitu.	$I = \frac{2\pi i}{(1 - e^{2\pi i\alpha})} \Big[- e^{\pi i\alpha} \lim\limits_{z\to\infty} f(z) +$ $+ \sum\limits_{a_i} Res_{a_i} \left(\frac{z}{z-1}\right)^{\alpha-1} \frac{f(z)}{z} \Big]$
$I = \int\limits_{0}^{\infty} \ln x f(x)dx$	1. f je spojitá a sudá na $\mathbb{R}$, 2. f lze meromorfně prodloužit na $\mathcal{I}m\, z \geq 0$, 3. f nemá singularitu na $\mathbb{R}$, 4. $\max\limits_{\substack{\lvert z\rvert=R,\\ \mathcal{I}m\, z \geq 0}} \lvert f(z)\rvert R \ln R \longrightarrow 0$ pro $R \longrightarrow \infty$.	$2I + \pi i \int\limits_{0}^{\infty} f(x)dx = 2\pi i \sum\limits_{\substack{a_j,\\ \mathcal{I}m\, a_j > 0}} Res_{a_j} \ln z f(z)$